

Title	數學雜話
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 92 p.36-p.41
Issue Date	1936-06-05
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74340
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

415. 數學雜話

松村 宗治 (台北大)

(I) 二球或ハ二円ヲ φ, ψ トナキ

$$(1) \quad r = \frac{\varphi}{\psi}$$

ヲ考ヘル、ソシテ γ ヲ ξ, η ノ相對的距離ト名ヅケル、
 コノ名ハ適當デナイガ相對微分幾何ニナラツテシカ名ヅケ
 亦 ξ, η ハ用デアルトスル、球ノ場合モ同様デアル。

(1) ヨリ

$$(2) \quad \gamma = \frac{(\xi \xi)}{(\xi \eta)} \quad \text{又ハ} \quad \gamma = \frac{(\eta \eta)}{(\eta \xi)}$$

デアルカラ、 ξ, η ナル二用ガ互ニ垂直ナラバ $\gamma = \infty$ 或ハ
 $\gamma = 0$ デアル。 γ ノ値ガ 0 ト ∞ ノ間ノ値ヲトレバ ξ, η
 ハ垂直デナイ角ヲ交ハルノデアル。

(II) ξ 用ニ關スル ξ 用或ハ η 用ノ反用ノ比ヲ γ トオキ
 之レヲ假リニ反用距離ト名ヅケルト

$$\gamma = \frac{2(\xi \xi)\xi - \xi}{2(\eta \xi)\xi - \eta}$$

之レヨリ ξ, η ガ垂直ナル場合ニハ

$$\gamma = 1 - \frac{1}{2(\eta \xi)(\xi \xi)}$$

トナル。

ξ, η ハ共ニ ξ ト $\frac{\pi}{4}$ ナル角ヲナセバ

$$\gamma = 0$$

トナル。

又 ξ ガ ξ, η ト共ニ垂直ニ交ハレバ

$$\gamma = -\infty$$

トナル。

又 ξ, η ハ ξ ニ相接スレバ

$$\gamma = \frac{1}{2}$$

トナル。

(III) 次 = 円群ノ比ヲ考へ

$$\gamma = \frac{\alpha \xi + \beta \zeta}{\gamma \zeta + \delta \eta}$$

ヲ考へル。 ξ, η, ζ ハ 円; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ハ *skalar* *Größen* デアル。

サテ

$$\gamma = \frac{\alpha(\xi \zeta) + \beta(\eta \zeta)}{\gamma(\zeta \zeta) + \delta(\eta \zeta)}$$

トナルカラ 円 ζ が 円 η = 垂直ナラバ

$$\gamma = \frac{\alpha}{\gamma} \cos \phi$$

トナル、但シ ϕ ハ ξ, ζ ナル二円ノ間ノ角デアル、其ノ他ノ場合モ同様ニ考へラレル。

(IV) 尚以上ヲ組合セテ

$$\gamma = \frac{2(\zeta \xi)\xi - \zeta}{\eta},$$

$$\gamma = \frac{\alpha \xi + \beta \eta}{\eta}.$$

等ヲモ考へラレル。

(V) G. Scheffers が *Math. Annalen* 60, S. 526 デ考ヘテイル *äquivalenten Transformation* ヲ考ヘ変換後ノ曲線ノ元ノ曲線 = 對スル相對微分幾何ヲ考ヘル

トナレバ

$$\gamma = \varphi' + \frac{\chi(u)}{v}$$

が成り立ツ。コゝ = γ ハ相對的距離デアリ、其ノ他ノ記号ハ、Scheffers ノ上記論文ニ於ケルソレヲ用ヒタ。

此ノ相對微分幾何ニ於ケル其ノ他ノ公式モ求メラレル
何トナレバ

$$\bar{u} = \varphi(u), \quad \bar{v} = \varphi'v + \chi(u),$$

$$\frac{\bar{v}'}{\bar{v}} = \frac{\chi'}{\varphi'} + \frac{\varphi''}{\varphi'} v + v'$$

が成立スルカラデアアル。

(VI) 平面上ニ点 P_0, P_1, P_2, \dots が與ヘラレ、ソレヲ或ル円ニ關シテ反轉シテ P'_0, P'_1, P'_2, \dots ヲ得タトスル、而シテ $P_i P_j$ ノ距離ヲ λ_{ij} トスレバ、 λ_{ij} ハ相對幾何デハ $\sqrt{g_i g_j} \lambda_{ij}$ トナル。サテ λ_{ij} ハ反轉デ

$$(1) \quad \frac{K \lambda'_{ij}}{\lambda'_{0i} \lambda'_{0j}}$$

トナルカラ相對幾何デハ (1) ハ下ノ様ニナル。

$$(2) \quad \frac{K \lambda'_{ij} \sqrt{g'_i g'_j}}{\sqrt{g'_0 g'_i g'_0 g'_j} \lambda'_{0i} \lambda'_{0j}}$$

トナル、コゝ = K ハ常数デアアル。

此ノヤウニシテ Richeson ノ論文 (American Journal of Math. LII, p. 425 = 於ケル論文) ヲ相對幾何學的ニ論及スルコトが出来ル。

(VII) *A-surface* の相對的距離ヲ求ムルニハ前ニ述ベル如ク

$$(1) \quad \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} - \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\partial \log \cos w}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} = 0$$

ノ根ヲ求ムルヲ要ス。

サテ今、 $\frac{\partial^2 \log (\sin w \cdot \cos w)}{\partial u \partial v} = 0$ ナル場合、ツマリ

$$(2) \quad \sin 2w = U + V$$

ナル場合ヲ考ヘル、但シ U ハ u ノミノ函数、 V ハ v ノミノ函数デアアル、此ノ場合ニハ

$$(3) \quad \frac{\partial x'}{\partial u} = h \frac{\partial x}{\partial u}, \quad \frac{\partial x'}{\partial v} = -h \frac{\partial x}{\partial v}$$

トオケバ

$$(4) \quad \frac{\partial^2 x'}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial x'}{\partial u} + \frac{\partial \log \cos w}{\partial u} \frac{\partial x'}{\partial v} = 0,$$

$$(5) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial \log \cos w}{\partial u} \frac{\partial \varphi}{\partial v} = 0.$$

デアアル。但シ $2h = \varphi$ デアリ亦 h ハ u, v ノ函数デアアル。

此ノコトハ Eisenhart: *Transformations of surfaces*, p. 87 ヲ参照セバ余ル。

デアアルカラ (4) 即チ (5) が解ケレバ (3) ヨリ *A-surface* ノ相對的距離ヲ求ムルコトが出来ル。

(VIII). 吾々ハ

$$(1) \quad \theta_{uv} + a \theta_u + b \theta_v = 0$$

ナル微分方程式ヲイツモノヤヲ考ヘル。今 φ, ψ が (1) ノ解デアリ

$$(2) \quad K_1 \varphi^2 - K_2 \psi^2 = 0$$

ヲラベ如何。コトニハ K_i ハ常数デアール。

(2) カラ

$$(3) \quad \begin{cases} K_1 \varphi \varphi_u - K_2 \psi \psi_u = 0 \\ K_1 \varphi \varphi_v - K_2 \psi \psi_v = 0 \end{cases}$$

ヲ得。亦 (1) ヨリ

$$(4) \quad \begin{cases} K_1 \varphi_{uv} \varphi + a K_1 \varphi_u \varphi + b K_1 \varphi_v \varphi = 0, \\ K_2 \psi_{uv} \psi + a K_2 \psi_u \psi + b K_2 \psi_v \psi = 0. \end{cases}$$

(3), (4) ヨリ

$$(5) \quad K_1 \varphi \varphi_{uv} - K_2 \psi \psi_{uv} = 0$$

亦 (3) ヨリ

$$(6) \quad K_1 \varphi \varphi_{uv} + K_1 \varphi_u \varphi_v - K_2 \psi \psi_{uv} - K_2 \psi_u \psi_v = 0.$$

ソコデ (5), (6) ヨリ

$$K_1 \varphi_u \varphi_v = K_2 \psi_u \psi_v$$

ソコデ次ノコトが言へル。

(2) が成立セバ表面 φ, ψ 上ニソレゾレ曲線群ヲ求メ得テ
ソレ等が各々ニ於テナス角ノ比ガ一定ナラシメ得ベシ。

以上ハ余ガ東北数誌第三十五卷, p. 339ニテ述マシ事柄
ノーツノ一般化デアール。